

Handreichung zur Anmeldung an der Maximilian Kolbe-Gesamtschule in Saerbeck für das Fach Mathematik

Liebe Schülerinnen und Schüler,

in dieser Broschüre erfahren Sie, welche absolut grundlegendsten Voraussetzungen wir in dem Fach Mathematik stellen, um die Oberstufe an unserer Schule besuchen zu können. In den zurückliegenden Jahren haben wir in der Einführungsphase viel Zeit auf die Angleichung der unterschiedlichen Voraussetzungen der einzelnen Schülerinnen und Schüler verwandt. Allerdings sind vom Bildungsministerium seit 2014 neue Richtlinien für die Oberstufe erlassen worden¹ und darin ist der Lehrstoff für den Jahrgang EF um gleich mehrere umfangreiche Themen erweitert worden. Für den Angleich und für Wiederholungen wird deshalb in Zukunft also die Zeit fehlen. Im Zweifelsfall kann man am Vertiefungskurs teilnehmen. In diesem werden zusätzlich viele Inhalte der SI wiederholt.

Die Handreichung besteht aus zwei Teilen: Zunächst sollten Sie sich die Zusammenfassung der wichtigen Themenfelder aus der Sekundarstufe I genau ansehen, um anschließend die Übungsaufgaben zur Vorbereitung auf die Oberstufe an der MKG lösen zu können. Bitte beachten Sie hierbei, dass diese Zusammenfassung nicht den Anspruch auf Vollständigkeit erhebt.

Die Aufgaben werden zu Beginn der Einführungsphase im Unterricht besprochen und sind als Vorbereitung verpflichtend.

Wir freuen uns auf Sie,

Ihre Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrer der MKG

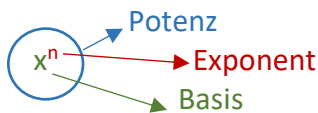
¹Für Interessierte: Die seit 2014 geltenden Inhalte der Jahrgangsstufe 11:

https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/47/KLP_GOSt_Mathematik.pdf



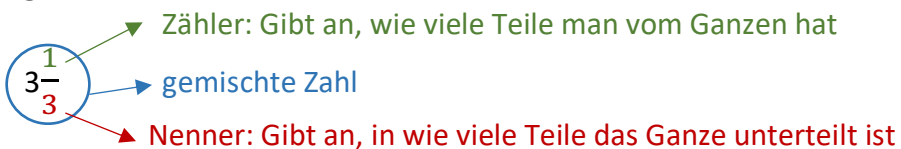
I. Teil: Zusammenfassung wichtiger Themenfelder aus der Sek I

1. Potenzgesetze

Fachbegriffe: 

Mathematische Schreibweise		Beispiel
$x^0 = 1$	Potenz mit Exponent 0	$21.378,529^0 = 1$
$x^1 = x$	Potenz mit Exponent 1	$9^1 = 9$
$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$	Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis	$3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$ $x^2 \cdot x^4 = x^{2+4} = x^6$
$(x^m)^n = x^{m \cdot n}$	Potenzieren von Potenzen	$(4^2)^3 = 4^{2 \cdot 3} = 4^6$
$x^n \cdot y^n = (x \cdot y)^n = (xy)^n$	Multiplikation von Potenzen mit gleichem Exponenten	$3^2 \cdot 5^2 = 15^2$
$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$	Potenzen mit negativen Exponenten	$3 \cdot x^{-2} = \frac{3}{x^2} = 3 \cdot \frac{1}{x^2}$
$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$	Division von Potenzen mit gleicher Basis	$\frac{3^6}{3^4} = 3^6 : 3^4 = 3^{6-4} = 3^2$ $\frac{x^7}{x^4} = x^7 : x^4 = x^{7-4} = x^3$
$x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$	Potenz mit Stammbruch im Exponenten	$x^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{x}$
$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$	Potenz mit Bruch im Exponenten	$x^{\frac{5}{2}} = \sqrt[2]{x^5} = \sqrt{x^5}$

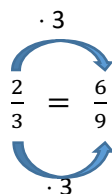
2. Bruchrechnung

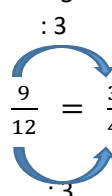
Fachbegriffe: 

Umwandeln von gemischten Zahlen: $a \frac{b}{c} = \frac{a \cdot c + b}{c}$, Bsp.: $3 \frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 4}{5} = \frac{19}{5}$

Vorzeichen bei Brüchen: Negativ: $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ Bsp.: $\frac{-2}{3} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$

Positiv: $\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b}$ Bsp.: $\frac{2}{3} = \frac{-2}{-3}$

Brüche erweitern:  Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl multiplizieren

Brüche kürzen:  Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl dividieren

Beim Kürzen und Erweitern ändert sich der Wert des Bruches nicht!

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{10}{15} = \frac{200}{300}$$

Rechenart		Beispiel	Hilfen
Addition/ Subtraktion	Bruch +/- Bruch (Nenner identisch)	$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$ $\frac{4}{7} - \frac{1}{7} = \frac{4-1}{7} = \frac{3}{7}$	Zähler addieren/ subtrahieren
	Bruch +/- Bruch (Nenner verschieden)	$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$ kgV von 2 und 3 ist 6, also auf den Nenner 6 erweitern $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$	Auf den gleichen Nenner bringen, dann Zähler addieren/ subtrahieren
Multiplikation	Bruch · Bruch	$\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 5} = \frac{6}{35}$	<u>Zähler mal Zähler</u> <u>Nenner mal Nenner</u>
	Bruch · ganze Zahl	$\frac{2}{5} \cdot 4 = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{1} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$	Ganze Zahl in Bruch umwandeln
Division	Bruch : Bruch	$\frac{3}{7} : \frac{1}{4} = \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{1} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$ Kehrwert	Ersten Bruch mit dem Kehrwert des zweiten Bruchs multiplizieren
	Bruch : Zahl	$\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{20}$ Kehrwert	Die Zahl zum Bruch umwandeln

3. Quadratische Funktionen

Fachbegriffe:

Funktionswert berechnen:

Gegeben: $f(x) = \frac{2}{3}x^2 - 3x + 4$

Bestimmen Sie den Funktionswert von $f(x)$ an der Stelle $x = 2$

$f(2) = \frac{2}{3} \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 4$ (Setzen Sie für alle x in der Funktionsgleichung die Zahl 2 ein)

$f(2) = \frac{38}{3} = 12\frac{2}{3}$ (y- Wert/ Funktionswert)

$\Rightarrow P(2 / 12\frac{2}{3})$

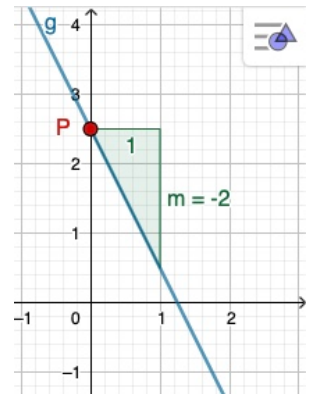
4. Lineare Funktionen

Fachbegriffe: $f(x) = m \cdot x + n$

Steigung (green arrow pointing to m)
 Funktionsvorschrift (blue arrow pointing to the whole equation)
 y-Achsenabschnitt (red arrow pointing to n)

Zeichnen: $g(x) = -2x + 2,5$

1. y-Achsenabschnitt ablesen und einzeichnen: $P(0/2,5)$
2. Steigungsdreieck einzeichnen:
 dazu vom y-Achsenabschnitt aus eine Einheit nach rechts gehen und
 - a) bei negativer Steigung: die angegebene Anzahl an Einheiten, welche die Steigung angibt, nach unten gehen
 - b) bei positiver Steigung: die angegebene Anzahl an Einheiten, welche die Steigung angibt, nach oben gehen



Steigung rechnerisch bestimmen:

$P(x_1/y_1)$ und $Q(x_2/y_2)$ in den Differenzenquotienten einsetzen: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Beispiel: $P(0/1,5)$ und $Q(3/2) \Rightarrow m = \frac{2-1,5}{3-0} = \frac{0,5}{3} = \frac{1}{6}$

Funktionsvorschrift aus zwei Punkten bestimmen:

$P(0/1,5)$ und $Q(3/2)$

x (green arrow pointing to the x-coordinate of Q)
 $f(x) = y$ (red arrow pointing to the y-coordinate of Q)

1. Steigung bestimmen: $m = \frac{1}{6}$ (siehe obiges Beispiel)
2. y-Achsenabschnitt berechnen:

P oder Q in $f(x)$ einsetzen: $\Rightarrow f(x) = \frac{1}{6} \cdot x + n$
 $\Rightarrow 2 = \frac{1}{6} \cdot 3 + n$
 $\Rightarrow 2 = \frac{1}{2} + n \quad | -\frac{1}{2}$
 $\Rightarrow \frac{3}{2} = n$

3. m und n einsetzen: $\Rightarrow f(x) = \frac{1}{6} \cdot x + \frac{3}{2}$

Nullstellen berechnen

$f(x) = 0$
 $\Rightarrow \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} = 0 \quad | -\frac{3}{2}$
 $\Rightarrow \frac{1}{6}x = -\frac{3}{2} \quad | : \frac{1}{6}$
 $\Rightarrow x = -9$

\Rightarrow Die Nullstelle ist -9 . Der Punkt auf der x-Achse $N(-9 / 0)$.

Schnittpunkt zweier linearer Funktionen

1. Gegeben: $f(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2}$ und $g(x) = -2x + \frac{5}{2}$

2. Gleichsetzen: $f(x) = g(x)$

$$\begin{aligned}\frac{1}{6}x + \frac{3}{2} &= -2x + \frac{5}{2} && | -\frac{1}{6}x \\ \frac{3}{2} &= -2\frac{1}{6}x + \frac{5}{2} && | -\frac{5}{2} \\ -1 &= -2\frac{1}{6}x && | : (-2\frac{1}{6}) \\ \frac{6}{13} &= x\end{aligned}$$

3. Funktionswert bestimmen: x in $f(x)$ oder $g(x)$ einsetzen: $f(\frac{6}{13}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{13} + \frac{3}{2} = 1\frac{15}{26}$

4. Schnittpunkt angeben: $S(\frac{6}{13} / 1\frac{15}{26})$

5. Gleichungen und Terme lösen und vereinfachen

Allgemeine „Vorfahrtsregeln“ in der Mathematik

Zuerst...	Terme in inneren Klammern , dann	Bsp.: $2 + (2 \cdot 4^2 + (3-2))$
	→ Potenzrechnung	$= 2 + (2 \cdot 4^2 + 1)$
	→ Punktrechnung	$= 2 + (2 \cdot 16 + 1)$
	→ Terme in Klammer	$= 2 + (32 + 1)$
	→ Punktrechnung	$= 2 + 33$
		$= 35$

Beispielrechnung

$$2x - (3x + 5) = 4$$

Ein **Minus vor der Klammer** dreht alle Vorzeichen in einer Klammer um. Vor der 3 steht ein unsichtbares „+“

$$2x - 3x - 5 = 4$$

Zusammenfassen!

$$-1x - 5 = 4$$

| +5

Termumformungen auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens ausführen.

$$-1x = 9$$

| : (-1)

Die Rechnung „: (-1)“ dreht die Vorzeichen des Summanden um.

$$1x = -9$$

Die 1 darf weggelassen werden

$$x = -9$$

Distributivgesetz

$$3 \cdot (x - 3) = 7$$



$$3 \cdot x - 3 \cdot 3 = 7$$

Multiplizieren Sie **jeden Summanden** in der Klammer mit der **Zahl vor der Klammer**

$$3x - 9 = 7$$

| +9

$$3x = 16$$

| : 3

$$x = \frac{16}{3}$$

Lassen Sie die Brüche als Endergebnis stehen, so werden Rundungsfehler und Ungenauigkeiten bei Folgerechnungen vermieden

Wurzelziehen

$$2x^2 - 8 = 0 \quad | +8$$

$$2x^2 = 8 \quad | :2$$

$$x^2 = 4 \quad | \pm \sqrt{\quad}$$

$$x_1 = 2 \quad \vee \quad x_2 = -2$$

Die Wurzel aus 4 ist +2. Quadriert man aber „-2“, so ergibt sich ebenfalls 4. Deshalb sind sowohl „+2“ als auch „-2“ eine Lösung der Gleichung $x^2 = 4$.

II. Teil: Übungsaufgaben

1. Bruchrechnung

a) $\frac{2}{7} \cdot \frac{4}{5}$ b) $\frac{2}{7} : \frac{4}{5}$ c) $\frac{2}{3} : 3$ d) $\frac{2}{7} + \frac{4}{7}$ e) $\frac{2}{7} + \frac{4}{5}$ f) $\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$

g) $\frac{2}{7} \cdot 4$ h) $\frac{1}{2} \cdot 4 \frac{4}{5}$ i) $\frac{2}{7} : 2 \frac{4}{5}$ j) $\frac{2}{4} + 1 \frac{4}{5}$ k) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$ l) $5 \cdot \frac{4}{5}$

2. Potenzrechnung

Schreiben Sie...

I. ohne Exponenten: a) $3^0 =$ b) $8^1 =$ c) $9^1 =$

II. mit nur einem Exponenten: d) $x^4 \cdot x^5 =$ e) $3^3 \cdot 3^7 =$ f) $x^8 : x^3 =$ g) $2^2 \cdot 5^2 =$

III. ohne Wurzel: h) $\sqrt[3]{x} =$ i) $\sqrt[7]{x} =$ j) $\sqrt[3]{x^4} =$ k) $\sqrt[5]{x^4} =$ l) $(x^3)^4 =$

3. Wenden Sie die „Vorfahrtsregeln“ der Mathematik an

a) $33 - (2 \cdot 3^2 - 3 + 2 \cdot 4)$ b) $3 + 2 \cdot (3 + 4) + 3 \cdot 4$

4. Lineare Funktionen

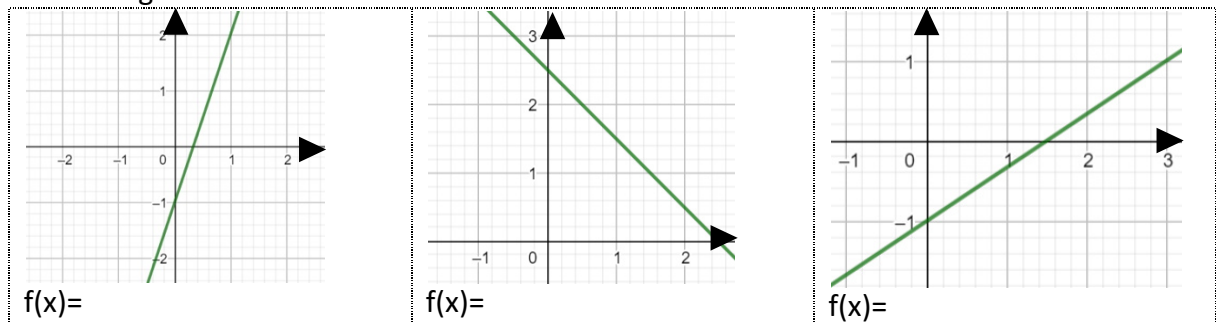
a) Zeichnen Sie ein Koordinatensystem mit den folgenden linearen Funktionen:

1. $f(x) = -3x + 4$ 2. $f(x) = \frac{2}{5}x - 2$ 3. $f(x) = 0,5x - 3$

b) Gegeben sind die zwei Punkte P(1|3) und Q(2|5). Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung einer linearen Funktion, die durch P und Q verläuft.

c) Gegeben sind die beiden Funktionen $f(x) = 3x - 2$ und $g(x) = -2x + 3$. Berechnen Sie den Schnittpunkt der beiden Funktionen.

d) Geben Sie jeweils die Funktionsgleichung an, die zu den abgebildeten Graphen gehören:



5. Gleichungen lösen

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x auf.

a) $3x - (2x + 2) = 4$ b) $3x^2 - 192 = 0$ c) $4(2x - 4) = 8$

6. Ausmultiplizieren

a) $2(x - 3) \cdot (x + 2) =$ b) $(3x + 2) \cdot (x - 3) =$
 c) $(x - 2)^2 =$ d) $(x + 3)^2 =$

7. Funktionswerte berechnen

Berechnen Sie die Funktionswerte $f(x)$ im Kopf.

Beispiel: $f(x) = -x^2 - 3$ $f(3) = -(3)^2 - 3 = -9 - 3 = -12 \Rightarrow$ P(3|-12)

a) $f(x) = -2x^2 + 2x - 1$ $f(1) =$ \Rightarrow P(1|

$f(-1) =$

$f(2) =$

b) $f(x) = 0,5x^2 - 2x + 3$ $f(1) =$ $f(-1) =$ $f(2) =$

Achtung: Bei c) und d) brauchen Sie binomische Formeln!