Handreichung zur Anmeldung an der Maximilian Kolbe-Gesamtschule in Saerbeck für das Fach Mathematik

Liebe Schülerinnen und Schüler,

in dieser Broschüre erfahren Sie, welche grundlegenden Voraussetzungen in dem Fach Mathematik erforderlich sind, um die Oberstufe an unserer Schule erfolgreich besuchen zu können. Aufgrund des umfangreichen Lernstoffs in der Einführungsphase (EF) ist es nicht möglich viel Zeit für die Angleichung der unterschiedlichen Voraussetzungen der einzelnen Schülerinnen und Schüler zu verwenden. Sollten die Kenntnisse aus der Sekundarstufe I im Fach Mathematik lückenhaft sein, kann der Vertiefungskurs besucht werden. In diesem werden zunächst viele Inhalte der SI wiederholt und anschließend sukzessiv Inhalte der EF vertieft.

Die folgende Handreichung besteht aus zwei Teilen: Zunächst sollten Sie sich die Zusammenfassung der wichtigen Themenfelder aus der Sekundarstufe I genau ansehen, um anschließend die Übungsaufgaben zur Vorbereitung auf die Oberstufe an der MKG lösen zu können. Bitte beachten Sie hierbei, dass diese Zusammenfassung nicht den Anspruch auf Vollständigkeit erhebt.

Wir freuen uns auf Sie,

Ihre Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrer der MKG

I. Teil: Zusammenfassung wichtiger Themenfelder aus der Sek I

1. Potenzgesetze

Fachbegriffe: x^n

Potenz

Exponent

Basis

Mathematische Schreibweise		Beispiel
$x^0 = 1$	Potenz mit Exponent 0	$21.378{,}529^0 = 1$
$x^1 = x$	Potenz mit Exponent 1	$9^1 = 9$
$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$	Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis	$3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$ $x^2 \cdot x^4 = x^{2+4} = x^6$
$(x^m)^n = x^{m \cdot n}$	Potenzieren von Potenzen	$(4^2)^3 = 4^{2 \cdot 3} = 4^6$
$x^n \cdot y^n = (x \cdot y)^n = (xy)^n$	Multiplikation von Potenzen mit gleichem Exponenten	$3^2 \cdot 5^2 = 15^2$
$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$	Potenzen mit negativen Exponenten	$3 \cdot x^{-2} = \frac{3}{x^2} = 3 \cdot \frac{1}{x^2}$
$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$	Division von Potenzen mit gleicher Basis	$\frac{3^6}{3^4} = 3^6 : 3^4 = 3^{6-4} = 3^2$ $\frac{x^7}{x^4} = x^7 : x^4 = x^{7-4} = x^3$
$x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$	Potenz mit Stammbruch im Exponenten	$x^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{x}$
$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$	Potenz mit Bruch im Exponenten	$x^{\frac{5}{2}} = \sqrt[2]{x^5} = \sqrt{x^5}$

2. Bruchrechnung

Fachbegriffe: $3\frac{1}{3}$

Zähler: Gibt an, wie viele Teile man vom Ganzen hat

gemischte Zahl

Nenner: Gibt an, in wie viele Teile das Ganze unterteilt ist

Umwandeln von gemischten Zahlen: $a\frac{b}{c} = \frac{a \cdot c + b}{c}$, Bsp.: $3\frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 4}{5} = \frac{19}{5}$

Vorzeichen bei Brüchen: Negativ: $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ Bsp.: $\frac{-2}{3} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$

Positiv: $\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b}$ Bsp.: $\frac{2}{3} = \frac{-2}{-3}$

Brüche erweitern: $\frac{2}{3} \overset{\cdot 3}{\underset{\cdot 3}{=}} \frac{6}{9}$ Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl <u>multiplizieren</u>

Brüche kürzen: $\frac{9}{12} \overset{:3}{\underset{:3}{=}} \frac{3}{4}$ Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl <u>dividieren</u>

Beim Kürzen und Erweitern ändert sich der <u>Wert des Bruches</u> nicht!

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{10}{15} = \frac{200}{300}$$

Rechenart		**Beispiel**	**Hilfen**
Addition/ Subtraktion	Bruch +/- Bruch (Nenner identisch)	$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{2+3}{7}=\frac{5}{7}$ $\frac{4}{7}-\frac{1}{7}=\frac{4-1}{7}=\frac{3}{7}$	Zähler addieren/ subtrahieren
	Bruch +/- Bruch (Nenner verschieden)	$\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{4}{6}+\frac{3}{6}=\frac{7}{6}=1\frac{1}{6}$ kgV von 2 und 3 ist 6, also auf den Nenner 6 erweitern $\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{4}{6}-\frac{3}{6}=\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$	Auf den gleichen Nenner bringen, dann Zähler addieren/ subtrahieren
Multiplikation	Bruch · Bruch	$\frac{2}{7}\cdot\frac{3}{5}=\frac{2\cdot 3}{7\cdot 5}=\frac{6}{35}$	$\frac{\text{Zähler mal Zähler}}{\text{Nenner mal Nenner}}$
	Bruch · ganze Zahl	$\frac{2}{5}\cdot 4=\frac{2}{5}\cdot\frac{4}{1}=\frac{8}{5}=1\frac{3}{5}$	Ganze Zahl in Bruch umwandeln
Division	Bruch : Bruch	$\frac{3}{7}:\frac{1}{4}=\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{1}=\frac{12}{7}=1\frac{5}{7}$ Kehrwert	Ersten Bruch mit dem Kehrwert des zweiten Bruchs multiplizieren
	Bruch : Zahl	$\frac{3}{4}:5=\frac{3}{4}:\frac{5}{1}=\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{5}=\frac{3}{20}$ Kehrwert	Die Zahl zum Bruch umwandeln

3. Quadratische Funktionen

Fachbegriffe: $f(x) = \frac{2}{3}x^2 - 3x + 4$

Name der Funktion

Funktionsvorschrift

Funktionsterm

Funktionswert berechnen:

Gegeben: $f(x) = \frac{2}{3}x^2 - 3x + 4$

Bestimmen Sie den Funktionswert von f(x) an der Stelle x = 2

$f(2) = \frac{2}{3}\cdot 2^2 - 3\cdot 2 + 4$ (Setzen Sie für alle x in der Funktionsgleichung die Zahl 2 ein)

$f(2) = \frac{38}{3} = 12\frac{2}{3}$ (y- Wert/ Funktionswert)

$\Rightarrow P\,(2\,/\,12\frac{2}{3})$

4. Lineare Funktionen

Fachbegriffe: $f(x) = m \cdot x + n$

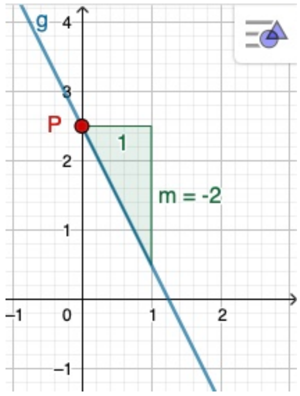
Steigung

Funktionsvorschrift

y-Achsenabschnitt

Zeichnen: $g(x) = -2x + 2{,}5$

1. y-Achsenabschnitt ablesen und einzeichnen: P(0/2,5)
2. Steigungsdreieck einzeichnen:
   dazu vom y-Achsenabschnitt aus eine Einheit nach rechts gehen und
   a) bei negativer Steigung: die angegebene Anzahl an Einheiten, welche die Steigung angibt, nach unten gehen
   b) bei positiver Steigung: die angegebene Anzahl an Einheiten, welche die Steigung angibt, nach oben gehen



Steigung rechnerisch bestimmen:

$P(x_1/y_1)$ und $Q(x_2/y_2)$ in den Differenzenquotienten einsetzen: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Beispiel: P(0/1,5) und Q(3/2) $\Rightarrow$ $m = \frac{2-1{,}5}{3-0} = \frac{0{,}5}{3} = \frac{1}{6}$

Funktionsvorschrift aus zwei Punkten bestimmen:

P(0/1,5) und Q(3/2)

x f(x) = y

1. Steigung bestimmen: $m = \frac{1}{6}$ (siehe obiges Beispiel)
2. y-Achsenabschnitt berechnen:
   P oder Q in f(x) einsetzen:
   $\Rightarrow \quad f(x) = \frac{1}{6} \cdot x + n$
   $\Rightarrow \quad 2 = \frac{1}{6} \cdot 3 + n$
   $\Rightarrow \quad 2 = \frac{1}{2} + n \qquad |-\frac{1}{2}$
   $\Rightarrow \quad \frac{3}{2} = n$
3. m und n einsetzen: $\Rightarrow \quad f(x) = \frac{1}{6} \cdot x + \frac{3}{2}$

Nullstellen berechnen

$f(x) = 0$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} = 0 \qquad |-\frac{3}{2}$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{6}x = -\frac{3}{2} \qquad |:\frac{1}{6}$

$\Rightarrow \quad x = -9$

$\Rightarrow$ Die Nullstelle ist −9. Der Punkt auf der x-Achse N (-9 / 0).

Schnittpunkt zweier linearer Funktionen

1. Gegeben: $f(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2}$ und $g(x) = -2x + \frac{5}{2}$
2. Gleichsetzen: $f(x) = g(x)$

$$\begin{aligned} \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} &= -2x + \frac{5}{2} && \mid -\frac{1}{6}x \\ \frac{3}{2} &= -2\frac{1}{6}x + \frac{5}{2} && \mid -\frac{5}{2} \\ -1 &= -2\frac{1}{6}x && \mid : (-2\frac{1}{6}) \\ \frac{6}{13} &= x \end{aligned}$$

3. Funktionswert bestimmen: x in f(x) oder g(x) einsetzen: $f(\frac{6}{13}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{13} + \frac{3}{2} = 1\frac{15}{26}$
4. Schnittpunkt angeben: $S(\frac{6}{13} / 1\frac{15}{26})$

5. Gleichungen und Terme lösen und vereinfachen

Allgemeine **„Vorfahrtsregeln" in der Mathematik**

Zuerst… Terme in inneren Klammern, dann
→ Potenzrechnung
→ Punktrechnung
→ Terme in Klammer
→ Punktrechnung

Bsp.: $2 + (2 \cdot 4^2 + (3-2))$
$= 2 + (2 \cdot 4^2 + 1)$
$= 2 + (2 \cdot 16 + 1)$
$= 2 + (32 + 1)$
$= 2 + 33$
$= 35$

Beispielrechnung

$2x - (3x + 5) = 4$ — Ein Minus vor der Klammer dreht alle Vorzeichen in einer Klammer um. Vor der 3 steht ein unsichtbares „+"

$2x - 3x - 5 = 4$ — Zusammenfassen!

$-1x - 5 = 4$ $\mid +5$ — Termumformungen auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens ausführen.

$-1x = 9$ $\mid : (-1)$ — Die Rechnung „: (-1)" dreht die Vorzeichen des Summanden um.

$1x = -9$ — Die 1 darf weggelassen werden

$x = -9$

Distributivgesetz

$3 \cdot (x - 3) = 7$

$3 \cdot x - 3 \cdot 3 = 7$ — Multiplizieren Sie jeden Summanden in der Klammer mit der Zahl vor der Klammer

$3x - 9 = 7$ $\mid + 9$

$3x = 16$ $\mid : 3$

$x = \frac{16}{3}$ — Lassen Sie die Büche als Endergebnis stehen, so werden Rundungsfehler und Ungenauigkeiten bei Folgerechnungen vermieden

Wurzelziehen

$2x^2 - 8 = 0$ $\mid + 8$

$2x^2 = 8$ $\mid : 2$

$x^2 = 4$ $\mid \pm\sqrt{}$

$x_1 = 2$ v $x_2 = -2$

Die Wurzel aus 4 ist +2. Quadriert man aber „−2", so ergibt sich ebenfalls 4. Deshalb sind sowohl „+2" als auch „−2" eine Lösung der Gleichung $x^2 = 4$.

II. Teil: Übungsaufgaben

1. Bruchrechnung

a) $\frac{2}{7}\cdot\frac{4}{5}$ b) $\frac{2}{7}:\frac{4}{5}$ c) $\frac{2}{3}:3$ d) $\frac{2}{7}+\frac{4}{7}$ e) $\frac{2}{7}+\frac{4}{5}$ f) $\frac{2}{3}-\frac{3}{5}$

g) $\frac{2}{7}\cdot 4$ h) $\frac{1}{2}\cdot 4\frac{4}{5}$ i) $\frac{2}{7}:2\frac{4}{5}$ j) $\frac{2}{4}+1\frac{4}{5}$ k) $\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}$ l) $5\cdot\frac{4}{5}$

2. Potenzrechnung

Schreiben Sie…

I. ohne Exponenten: a) 3^0= b) 8^1= c) 9^1 =

II. mit nur einem Exponenten: d) $x^4 \cdot x^5$ = e) $3^3 \cdot 3^7$ = f) $x^8 : x^3$ = g) $2^2 \cdot 5^2$ =

III. ohne Wurzel: h) $\sqrt[3]{x}$ = i) $\sqrt[7]{x}$ = j) $\sqrt[3]{x^4}$ = k) $\sqrt[5]{x^4}$ = l) $(x^3)^4$ =

3. Wenden Sie die „Vorfahrtsregeln“ der Mathematik an

a) $33-(2\cdot 3^2-3+2\cdot 4)$ b) $3+2\cdot(3+4)+3\cdot 4$

4. Lineare Funktionen

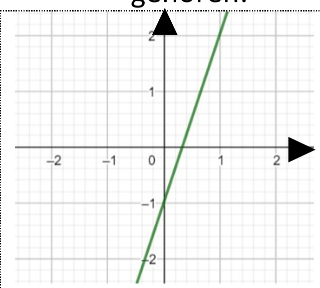
a) Zeichnen Sie ein Koordinatensystem mit den folgenden linearen Funktionen:

1. f(x)=-3x+4 2. f(x)= $\frac{2}{5}x-2$ 3. f(x)=0,5x-3

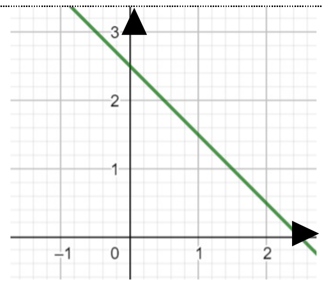
b) Gegeben sind die zwei Punkte P(1|3) und Q(2|5). Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung einer linearen Funktion, die durch P und Q verläuft.

c) Gegeben sind die beiden Funktionen f(x)=3x-2 und g(x)=-2x+3. Berechnen Sie den Schnittpunkt der beiden Funktionen.

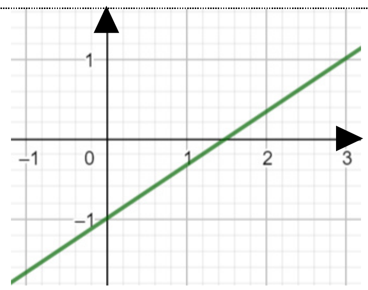
d) Geben Sie jeweils die Funktionsgleichung an, die zu den abgebildeten Graphen gehören:



f(x)=



f(x)=



f(x)=

5. Gleichungen lösen

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x auf.

a) $3x-(2x+2)=4$ b) $3x^2-192=0$ c) $4(2x-4)=8$

6. Ausmultiplizieren

a) $2(x-3)\cdot(x+2)$ = b) $(3x+2)\cdot(x-3)$ =

c) $(x-2)^2$ = d) $(x+3)^2$ =

Achtung: Bei c) und d) brauchen Sie **binomische Formeln!**

7. Funktionswerte berechnen

Berechnen Sie die Funktionswerte f(x) **im Kopf**.

Beispiel: $f(x)=-x^2-3$ $f(3)=-(3)^2-3=-9-3=-12 \Rightarrow$ P(3|-12)

a) $f(x)=-2x^2+2x-1$ f(1)= $\Rightarrow$ P(1|

f(-1)=

f(2)=

b) $f(x)=0{,}5x^2-2x+3$ f(1)= f(-1)= f(2)=